

As Leis Fundamentais da Mecânica¹

Uma vez estabelecidas as leis de Kepler sobre o movimento dos planetas, perante a Ciência colocou-se, logicamente, a necessidade de conhecer a causa desses movimentos. A resolução desse problema exigia o estudo prévio das leis gerais que regem o movimento de quaisquer corpos, quer dizer, era preciso desenvolver a Mecânica. Depois das obras de Galileu (1564-1642), Huyghens (1629-1695) e de outros cientistas que deram origem à argumentação experimental da Mecânica, Newton formulou as três seguintes leis do movimento dos corpos:

1ª. Lei

Todo o corpo permanece em estado de repouso ou com movimento retilíneo e uniforme, enquanto sobre ele não atuar força qualquer (a lei da inércia).

Se m for a massa do corpo e \vec{v} a sua velocidade, a lei da inércia pode exprimir-se matematicamente através da seguinte fórmula:

$$m\vec{v} = \text{constante}$$

No caso de $v=0$, o corpo permanece em repouso; se $v = \text{cons} \neq 0$, o corpo está animado de movimento retilíneo e uniforme. O produto $m\vec{v}$ denomina-se **quantidade de movimento** do corpo. A alteração da quantidade de movimento do corpo só se pode dar em consequência da sua interação com outros corpos, isto é, sob a ação de uma força.

¹ Texto adaptado de “Curso de Astronomia”, escrito por Pavel Bakulin, Eduard Kononovitch e Vassili Moroz

2ª. Lei

A variação da quantidade de movimento é proporcional à intensidade da força motriz aplicada, sendo a sua direção igual àquela em que atua a força. A segunda lei toma a seguinte forma matemática:

$$\frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \vec{F}^2$$

ou

$$\vec{F} = m.\vec{a}$$

isto é, o produto da massa m do corpo pela sua aceleração a é igual ao valor de força motriz \vec{F} .

A equação denomina-se lei fundamental da dinâmica do ponto material.

² O estudante de ensino médio está acostumado a usar

$$\frac{\Delta}{\Delta t}(m\vec{v}) = \vec{F} \rightarrow m \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \vec{F} \text{ (se } m=\text{constante),}$$

que é uma aproximação da derivada.

3ª. Lei

A qualquer ação opõe-se uma reação de intensidade igual e de sentido oposto. Por outras palavras, as interações mútuas de dois corpos são sempre iguais e de sentidos contrários.

Se um dado corpo de massa m_1 entre em interação com um outro corpo de massa m_2 , o primeiro corpo altera a quantidade de movimento do segundo corpo $m_2\vec{v}_2$, o qual por sua vez causa uma alteração da quantidade de movimento $m_1\vec{v}_1$, igual mas no sentido oposto, isto é,

$$\frac{d}{dt}(m_2\vec{v}_2) = -\frac{d}{dt}(m_1\vec{v}_1)$$

Lei da Atração (Gravitação) Universal de Newton

As leis fundamentais do movimento dos corpos permitiram a Newton anunciar e demonstrar matematicamente o seguinte teorema: «As forças que fazem com que os planetas fundamentais se desviem constantemente do seu movimento retilíneo e se mantenham nas suas órbitas, estão dirigidas para o Sol e são inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias ao centro deste».

Logo, depois de demonstrar que a força responsável por manter os planetas nas suas órbitas é idêntica à força de gravidade que atua na superfície da Terra, Newton generalizou este teorema e exprimiu-o, dando-lhe a forma da lei da atração universal:

«Duas partículas materiais quaisquer atraem-se ou gravitam reciprocamente com uma força diretamente proporcional às suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.»

A lei da atração universal de Newton pode exprimir-se matematicamente através da fórmula seguinte:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

onde m_1 e m_2 são as massas das partículas, r é a distância entre elas, G é o coeficiente de proporcionalidade que é igual à intensidade da força com que se atraem reciprocamente duas partículas de

massas unitárias e separadas por uma distância igual à unidade.

O coeficiente G denomina-se a **constante da gravitação universal**. No sistema SI

$$G = 6,6710^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2} .$$

Na Astronomia, as distâncias entre o Sol e os planetas exprimem-se, freqüentemente, em unidades astronômicas (AU), as massas dos corpos celestes em massas solares e o tempo, em dias solares médios. Neste sistema de unidades proposto por Gauss, a constante da gravitação universal $G = k^2 = 0,00029591$, e a grandeza k igual a $0,0172021 \cong \frac{1}{58}$, denomina-se constante de Gauss.

Variação da Força de Atração em Função das Massas e das Configurações dos Corpos que se Atraem Mutuamente

Da segunda lei fundamental da Mecânica e da lei da atração universal deduz-se que:

1. Duas partículas materiais, ou massas puntiformes (isto é, corpos materiais cujas dimensões são infinitamente pequenas em comparação com a distância que os separa) atraem-se com a mesma força F , mas adquirem, nestas condições, acelerações diferentes que são inversamente proporcionais às suas massas. Com efeito, a força F imprime ao corpo de massa m_1 uma aceleração $a_1 = G \frac{m_2}{r^2}$, dirigida para m_2 , enquanto que o corpo de massa m_2 adquire a aceleração $a_2 = G \frac{m_1}{r^2}$ dirigida para m_1 . Daí que

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

Por exemplo, a aceleração de Terra resultante de ser atraída pela Lua, é inferior à aceleração da Lua, provocada pela atração da Terra tantas vezes, quantas a massa da Lua é inferior à massa da Terra.

2. A aceleração relativa de duas massas puntiformes \vec{a}_{rel} é igual à diferença dos vetores $\vec{a}_1 - \vec{a}_2 = \vec{a}_{rel}$, e, uma vez que \vec{a}_1 e \vec{a}_2 estão dirigidos em sentidos opostos, teremos:

$$a_{rel} = G \frac{m_1 + m_2}{r^2},$$

quer dizer, a_{rel} é proporcional à soma das massas puntiformes.

Por conseguinte, a aceleração, durante o movimento relativo, tem o mesmo valor que esta teria no caso de a massa de ambas as partículas ($m_1 + m_2$) estar concentrada numa delas. Portanto, ao resolvermos o problema relativo ao movimento de duas massas puntiformes que se atraem mutuamente, podemos convencionar que a força provém de um centro imóvel e analisar apenas o movimento de um ponto.

3. Duas massas puntiformes m_1 e m_2 que se encontram à mesma distância de uma terceira massa m , são atraídas por este com forças diferentes

$$F_1 = G \frac{mm_1}{r^2} \text{ e } F_2 = G \frac{mm_2}{r^2},$$

porém, as suas acelerações têm valores iguais:

$$a_1 = a_2 = G \frac{m}{r^2}.$$

Por exemplo, o Sol atrai a Terra com uma força maior do que a Lua, mas a Terra e a Lua, quando se encontram à mesma distância do Sol, têm acelerações iguais.

A lei de Newton é aplicável às massas puntiformes. Os corpos reais podem, com uma certa aproximação ser considerado pontos materiais, desde que as distâncias

entre eles sejam muito superiores às suas dimensões. No entanto, como demonstrou Newton, os corpos em que a distribuição das massas é dotada de simetria esférica podem considerar-se como massas puntiformes.

Um corpo que tenha a massa distribuída com simetria esférica atrai qualquer amostra (massa de prova) da mesma forma que um ponto material, colocado no centro deste e possuindo uma massa igual à que possui a esfera que passa através da amostra considerada. Em particular, por exemplo, um ponto material colocado na superfície terrestre é atraído pela Terra como se toda a massa do planeta se encontrasse no centro do mesmo. Contudo, um corpo colocado no fundo de um poço profundo é atraído apenas pelas camadas mais profundas da Terra, enquanto que a ação total de todas as camadas terrestres suprajacentes nula.

Recomendamos ao leitor que procure demonstrar a veracidade desta afirmação, a título de exercício, considerando, para simplificar o problema, uma fina camada de simetria esférica e uma amostra de uma dada massa colocada, primeira, dentro da camada esférica e, depois, fora dela.

Identidade entre a Força de Atração e a da Gravidade

A força da gravidade comunica a todos os corpos na superfície terrestre, quando em queda livre, uma aceleração g que é aproximadamente igual a $9,81m/s^2$.

Convencionemos que a força da gravidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre o corpo e o centro da Terra. Então, por exemplo, a Lua que dista do centro da Terra 60 raios terrestres (aproximadamente) está sujeita a uma aceleração g' , 60^2 inferior à que se verifica na superfície da Terra, isto é,

$$g' = \frac{g}{60^2} = \frac{9,81}{3600} m/s^2 = 0,002725 m/s^2.$$

Da Mecânica sabemos que um ponto que se mova ao longo de uma circunferência com movimento uniforme tem a aceleração centrípeta igual a $a = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$, onde ω é a velocidade angular do ponto, r é o raio da circunferência e T é o período.

Suponhamos que a órbita da Lua é uma circunferência com raio aproximado $r = 60.6378km$ e que o período de revolução da Lua em torno da Terra é aproximadamente igual a 27,3 dias médios (mês sideral); neste caso a aceleração centrípeta do movimento orbital da Lua será igual a:

$$a = \left(\frac{2\pi}{27,3 \cdot 86400}\right)^2 60.6378 \cdot 10^3 m/s^2 = 0,002725 m/s^2$$

O fato de se obterem valores iguais para g' e para a significa que a força responsável por manter a Lua na sua órbita (força de atração), não é nada mais do que a força da gravidade da Terra, cuja intensidade está diminuída segundo a razão entre o quadrado da distância entre a Lua e o centro da Terra e da distância entre a superfície terrestre e o centro da Terra.

Newton, baseando-se neste resultado, concluiu que a força da gravidade é idêntica à força de atração mútua entre todos os corpos do Universo, o que lhe permitiu formular Lei da Atração Universal.

Varição da Força da Gravidade na Superfície Terrestre

A força da gravidade na superfície terrestre é a resultante da combinação de duas forças: a força de atração dirigida para o centro de massa da Terra e a força centrífuga perpendicular ao eixo de rotação da Terra. Uma vez que a Terra é levemente achatada segundo o eixo de rotação, a força de atração nos pólos é maior do que em qualquer outro lugar da superfície terrestre, diminuindo à medida que se aproxime do equador.

Além disto, a força centrífuga atua contra a força de atração. Portanto, a força da gravidade na superfície terrestre diminui dos pólos para o equador.

A diferença entre os valores da força da gravidade nos pólos e no equador é igual a

$$g_{\text{pólos}} - g_{\text{equador}} = 9,832 - 9,780 = 0,052 \text{ m/s}^2.$$

Aproximadamente 2/3 deste valor devem-se à aceleração centrífuga no equador terrestre e 1/3, ao achatamento da Terra.

O valor médio da aceleração de força da gravidade terrestre convencionou-se ser igual a $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Os resultados das avaliações da aceleração da força da gravidade em diferentes pontos da superfície terrestre demonstraram certas alterações (perturbações) da força da gravidade em comparação com a sua dinâmica normal, correspondente ao elipsóide. Estas alterações denominam-se anomalias da força da gravidade e devem-se ao fato da estrutura da crosta

terrestre ser heterogênea tanto no que se refere aos maciços montanhosos na superfície da Terra (cordilheiras, etc.), como também em relação às densidades das rochas que fazem parte da crosta terrestre.

A estrutura heterogênea das camadas superiores da crosta terrestre da origem a anomalias locais da força da gravidade em regiões de extensão reduzida. As anomalias locais tornam evidente a presença nessas regiões de rochas com uma densidade quer muito grande (por exemplo, minérios) quer muito pequena (por exemplo, jazigos de petróleo, sal-gema).

Essência da Gravidade e Sua Importância para a Astronomia

Antes da elaboração da teoria da estrutura do átomo eram conhecidos dois tipos de interação entre os corpos macroscópicos: a gravitacional explicada pela lei da atração universal e a eletromagnética expressa pelas equações de Maxwell. Nestes dois casos a intensidade das forças dessas interações é inversamente proporcional ao quadrado da distância e diretamente proporcional a certas características específicas dos corpos: à sua massa quando se trata da atração e à carga elétrica no caso da interação eletromagnética. Uma vez que na Natureza há dois tipos de carga elétrica cujas ações e reações, dentro dos corpos ordinários, ficam, regra geral, compensados reciprocamente, então para o movimento das massas compactadas, como o são as estrelas, os planetas, as galáxias, etc., tornam-se decisivas as forças gravitacionais. Portanto, a lei da atração universal resulta ser uma das leis mais importantes da Natureza aplicadas na Astronomia. Esta lei, em combinação com as outras leis da Mecânica, permite esclarecer os movimentos dos planetas e dos corpos artificiais no Sistema Solar, das estrelas nos aglomerados estelares e na Galáxia, assim como estudar a dinâmica de outros sistemas estelares. É nomeadamente a atração que determina a forma e a maior parte dos corpos celestes, em especial, a esfericidade das estrelas e dos planetas. A lei da atração universal, combinada com as leis da teoria cinética dos gases, permite tornar evidentes a estrutura interna das estrelas e a sua evolução. As forças gravitacionais determinam a maior parte das características específicas das atmosferas das estrelas dos planetas e as peculiaridades dos fenômenos que se desenvolvem nelas.

A lei da atração universal, na sua formulação clássica dada por Newton, pode aplicar-se apenas em relação aos campos gravitacionais com uma intensidade relativamente pequena, criados por corpos nem mais com densidades não muito elevadas. No que diz respeito aos campos gravitacionais de grande intensidade, assim como aos movimentos com elevadas velocidades (comparáveis com a velocidade da luz), um esclarecimento mais exato do movimento pode ser dado através de teoria geral da relatividade que, na sua essência é a teoria da atração que considera a influência exercida pela distribuição das massas sobre as propriedades do espaço e do tempo.

A Teoria Geral da Relatividade permite explicar algumas peculiaridades do movimento de Mercúrio, o planeta mais próximo do Sol. É grande a importância desta teoria para a compreensão da natureza dos corpos extremamente densos (estrelas de nêutrons e buracos negros). A Teoria Geral da Relatividade constitui a base fundamental em que assenta toda a cosmologia moderna, isto é, a teoria da estrutura e da evolução do Universo como um todo.

A grande importância da atração na Astronomia não significa que outros tipos de interações deixem de desempenhar o seu papel no Espaço. Por exemplo, as interações eletromagnéticas tornam-se de grande importância, especialmente no caso de se tratar do movimento de um gás ionizado (plasma) no seio de um campo magnético. As interações eletromagnéticas revestem-se de importância máxima na maior parte dos processos microscópicos (atômicos), em resultado dos quais se origina a radiação observada dos corpos celestes.

Dentro dos limites dos átomos isolados isto é, no mundo microscópico, as interações gravitacionais conservam-se, mas a sua importância relativa diminui. As interações eletromagnéticas, por exemplo, entre o próton e o elétron, são de intensidade muito superior às interações gravitacionais que, na maioria dos casos, se podem desprezar. No núcleo atômico, onde as partículas se aproximam umas das outras muito mais do que dentro do átomo, verificam-se dois tipos novos de interações cujos pormenores são menos conhecidos do que nos dois primeiros tipos. Evidentemente, a sua intensidade diminui com a distância muito mais rapidamente do que no caso das leis de Newton e de Coulomb. A intensidade de uma destas interações, dentro dos limites do núcleo atômico, resulta ser maior do que a de todas as outras conhecidas, a **interação forte**. É nomeadamente a estas interações fortes que se deve o desenvolvimento das reações nucleares de síntese nas estrelas. Outra interação, quanto a certas características específicas, torna-se mais forte do que as interações gravitacionais, embora, no entanto, mais fraca do que as elétricas, a **interação fraca**; um exemplo elucidativo dela é a desintegração beta do próton, processo este a partir do qual começa a maior parte das reações nucleares dentro das estrelas.

Deste modo, vemos que na Astronomia moderna são considerados todos os tipos de interações conhecidos na Natureza, sendo as mais importantes as interações gravitacionais.