

2. Formação de Imagens

Damos o nome de formação de imagem à capacidade de alguns sistemas de focalizar (concentrar), em uma dada região do espaço a luz provenientes de uma fonte puntual. Esta região onde a luz converge é chamada de imagem da fonte puntual. Podemos pensar que um objeto extenso é formado por infinitas fontes puntuais de luz deslocadas espacialmente uma das outras, desta forma se um sistema é capaz de formar a imagem de uma fonte puntual de luz, ele será capaz de formar a imagem de um objeto extenso.

Para entender o fenômeno da formação de imagem não precisamos empregar formalismos complicados. A formação de imagem pode ser perfeitamente descrita utilizando-se um tratamento simples para a luz, chamado de Óptica Geométrica. No modelo da óptica geométrica, a luz é descrita por raios que representam a direção de propagação da luz. a óptica geométrica pode ser pensada como o limite da óptica ondulatória quando o comprimento da onda da luz vai a zero, e pode ser empregado quando as dimensões dos objetos que interagem com a luz são muito maiores que o comprimento de onda da luz.

2.1. Princípios básicos da óptica geométrica

No modelo de óptica geométrica, a luz se propaga num meio homogêneo em trajetórias retilíneas, com velocidade $c=3\times 10^8$ m/s no vácuo e com velocidades menores fora dele. A trajetória da luz pode ser representada por raios.

Podemos representar uma fonte puntual como um ponto do qual emergem raios isotropicamente em todas as direções (Figura 2.1). Um objeto extenso pode ser representado como um conjunto de fontes puntuais.

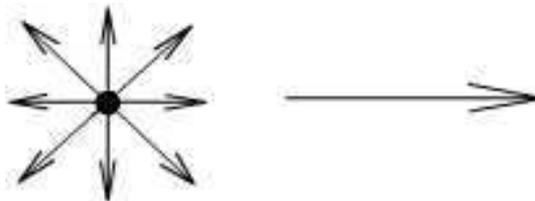


Figura 2.1 Fonte Puntual

Define-se o índice de refração de um meio material como

$$n = c/v \quad [2.1]$$

este número puro, mede quantas vezes a velocidade num meio é menor que no vácuo.

Quando a luz encontra uma interface entre dois meios ocorrem os fenômenos de reflexão e refração. Isto é parte da luz não consegue cruzar a interface retornando ao meio de origem (dando origem ao raio refletido - Figura 2.2) e parte da luz cruza a interface (dando origem ao raio refratado - Figura 2.3). Para ir de um ponto a outro, a luz (raio) segue o princípio de Fermat (mínima ação = menor tempo), como consequência disto, os ângulos formados entre o raio incidente e a normal, e o raio refletido e a normal são iguais. Por outro lado, o ângulo formado entre o feixe incidente e a normal e o raio refratado e a normal seguem a lei de Snell:

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \quad [2.1]$$

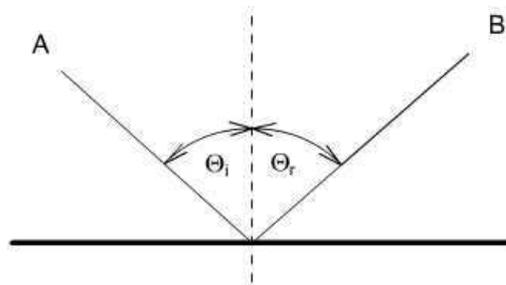


Figura 2.2 Reflexão especular

A luz tende a andar o percurso maior no meio onde é veloz para percorrer o trajeto no menor tempo:

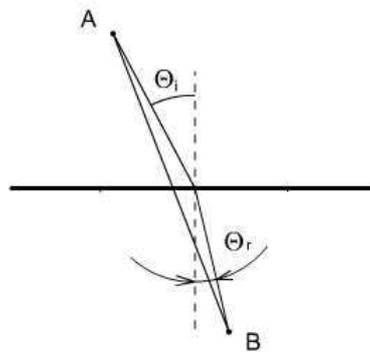


Figura 2.3 Refração segundo Princípio de Fermat

2.2. Formação de imagens

Quando enxergamos um objeto (Figura 2.4) é porque os raios emitidos por ele, coletados pelo nosso cristalino formam a imagem na nossa retina.

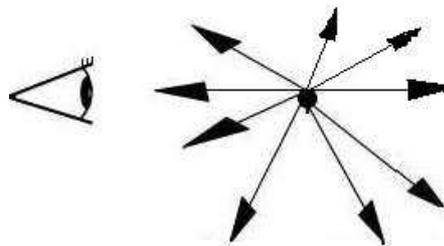


Figura 2.4 Observação visual de uma fonte puntual

Se ao invés de observar os raios emitidos diretamente pelo objeto, coletarmos os raios (provenientes do objeto, mas refletidos no espelho, segundo a lei de reflexão), teremos a

sensação de que eles vêm de uma posição que está atrás do espelho (Figura 2.5). Este fenômeno é chamado de formação de imagem, e é uma propriedade única dos espelhos planos (para qualquer posição do objeto). A imagem formada por espelhos planos está sempre no interior do espelho (imagem virtual), situado à mesma distância de sua superfície que o objeto.

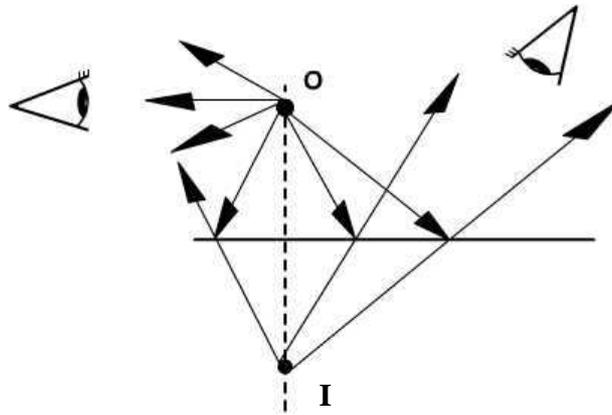


Figura 2.5 Formação de imagem por um espelho plano

No caso dos raios refratados, a formação de imagem não é perfeita pois a posição da imagem dependerá dos raios coletados ou do ponto de observação. Neste caso a imagem é chamada de pseudo-imagem (Figura 2.6).

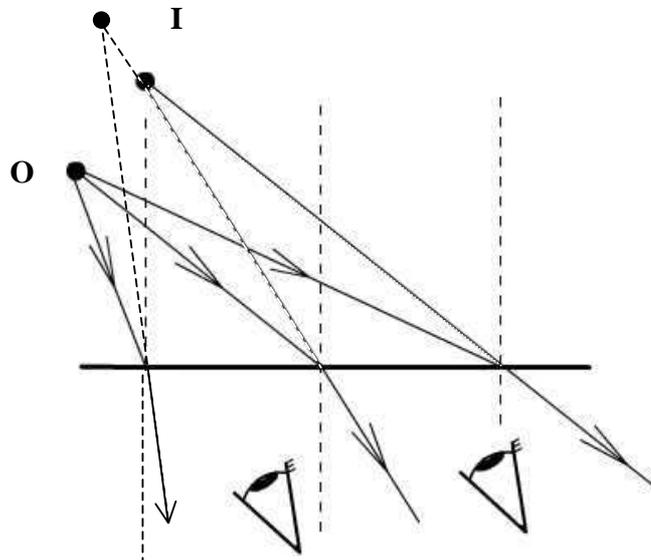


Figura 2.6 Formação de pseudo-imagem na refração

Pode haver formação perfeita de imagem, para algumas geometrias particulares de superfícies de espelho e para objetos situados em determinadas posições. Como por exemplo, uma parábola forma perfeitamente a imagem de um objeto situado no infinito em

seu foco ou vice-versa (Figura 2.7). Já uma elipse forma a imagem de uma fonte puntual que está em um de seus focos exatamente no outro foco da elipse (Figura 2.7).

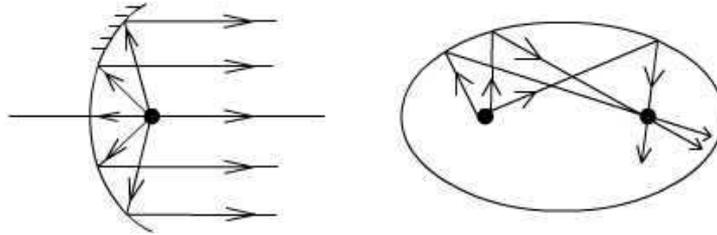


Figura 2.7 Formação de imagem perfeita por um refletor parabólico e outro elíptico

Entretanto, elas geometrias não oferecem muita liberdade e servem apenas para aplicações restritas de formação de imagem.

2.3. Superfícies esféricas e óptica paraxial

2.3.1. Espelhos Esféricos

Vejamos o que acontece se ao invés de um espelho plano, tivermos um espelho esférico, conforme ilustrado na Figura 2.8.

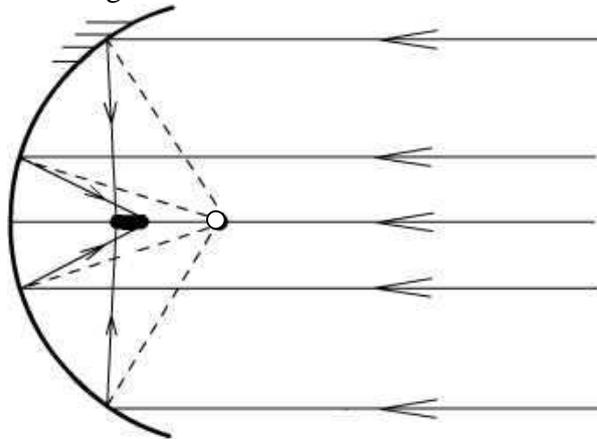


Figura 2.8 Formação de imagem real por um espelho esférico

Como cada raio proveniente da fonte puntual (situada no eixo) é refletido no espelho esférico, formando com a normal à superfície o mesmo ângulo (da mesma forma que ocorre a reflexão num espelho plano), ao traçarmos diversos raios proveniente da mesma fonte puntual, veremos que os raios refletidos não formam uma imagem perfeita. Entretanto, se traçarmos apenas os raios próximos ao eixo, teremos formação de imagem perfeita. Como está é uma situação desejável, chamaremos esta situação de aproximação paraxial (Figura 2.9).

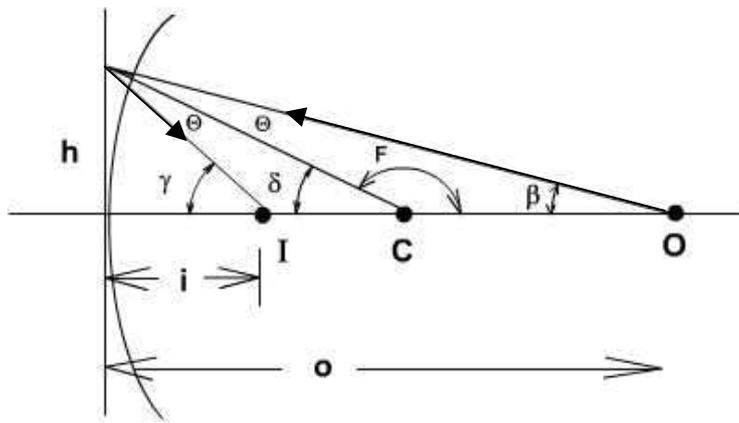


Figura 2.9 Aproximação Paraxial

Na aproximação paraxial consideramos que:

- 1) A reflexão ou refração na interface esférica acontece não no ponto real de contato com a superfície mas no plano tangente ao vértice da superfície esférica (perpendicular ao eixo óptico = eixo de simetria da superfície esférica).
- 2) A normal à superfície neste ponto é definida pela linha formada entre o ponto de contato entre esta superfície e o raio incidente e o centro de curvatura da superfície.
- 3) Os ângulos formados entre os raios provenientes do objeto e o eixo óptico são muito pequenos e podemos utilizar a aproximação : $\text{tg } \theta \cong \text{sen } \theta \cong \theta \text{rads}$

assim,

$$\begin{aligned} \text{tg } \gamma &= h/i \cong \gamma \\ \text{tg } \beta &= h/o \cong \beta \\ \text{tg } \delta &= h/R \cong \delta \end{aligned} \quad [2.3]$$

Pela Figura 2.9. é possível vermos que:

$$\theta + \delta = \gamma \quad [2.4]$$

$$\theta + \beta = \delta \quad [2.5]$$

$$\beta - \delta = \delta - \gamma \Rightarrow \beta + \gamma = 2\delta$$

portanto, substituindo-se β , γ e δ dados por [2.3]:

$$\frac{h}{o} + \frac{h}{i} = \frac{2h}{R} \quad [2.6]$$

ou

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} \quad [2.7]$$

que é conhecida como equação do espelho esférico. Definiremos \underline{o} e \underline{i} como positivos na configuração utilizada (objeto e imagem reais). Definiremos como \underline{o} e \underline{i} negativos (ou

virtuais) quando não houver convergência física entre os raios. Adotaremos também como convenção

$R > 0$ para espelhos côncavos em relação ao raio incidente

$R < 0$ para espelhos convexos em relação ao raio incidente

2.3.2. Dioptrios Esféricos

O mesmo raciocínio pode ser utilizado para a refração numa interface esférica (Figura 2.10):

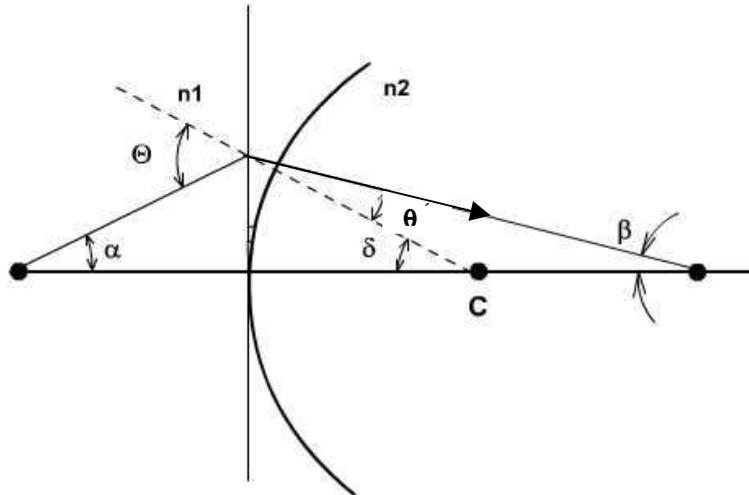


Figura 2.10 Formação de Imagem paraxial por um dioptrio esférico

Neste caso, aproximamos a lei de Snell como:

$$\begin{aligned} n_1 \operatorname{sen} \theta_1 &= n_2 \operatorname{sen} \theta_2 \\ n_1 \theta_1 &\cong n_2 \theta_2 \\ n_1 \theta &\cong n_2 \theta' \end{aligned} \quad [2.8]$$

E utilizamos a mesma geometria anterior:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \alpha &= h/o \cong \alpha \\ \operatorname{tg} \beta &= h/i \cong \beta \\ \operatorname{tg} \delta &= h/R \cong \delta \end{aligned} \quad [2.9]$$

$$\begin{aligned} \alpha + \delta &= \theta \\ \theta' + \beta &= \delta \\ n_1 \theta &= n_2 \theta' \rightarrow \theta = n_2 / n_1 \theta' \\ \alpha + \delta &= n_2 / n_1 \theta' \\ (\theta' + \beta) n_2 / n_1 & \end{aligned} \quad [2.10]$$

portanto:

$$\alpha + \delta + \frac{n_2}{n_1} \theta' + \frac{n_2}{n_1} \beta = \frac{n_2}{n_1} \theta' + \frac{n_2}{n_1} \delta \quad [2.11]$$

$$n_1\alpha + n_2\beta = (n_2 - n_1)\delta \quad [2.12]$$

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{(n_2 - n_1)}{R} \quad [2.13]$$

Da mesma forma que para lentes definiremos o e i positivos quando houver convergência física dos raios e negativos quando houver convergência virtual. Entretanto, para os raios, adotaremos aqui convenção oposta a de espelhos:

$R < 0$ para superfícies côncavas em relação ao raio incidente

$R > 0$ para superfícies convexas em relação ao raio incidente

Portanto podemos concluir que a refração numa única superfície esférica também tem a propriedade de formar imagem.

2.3.3. Lentes Finas

Para termos uma lente completa, precisamos de duas interfaces. Podemos entretanto utilizar o resultado obtido acima para uma única superfície esférica 2 vezes, desde que consideremos que a imagem feita pela primeira superfície é o objeto para a segunda (Figura 2.11):

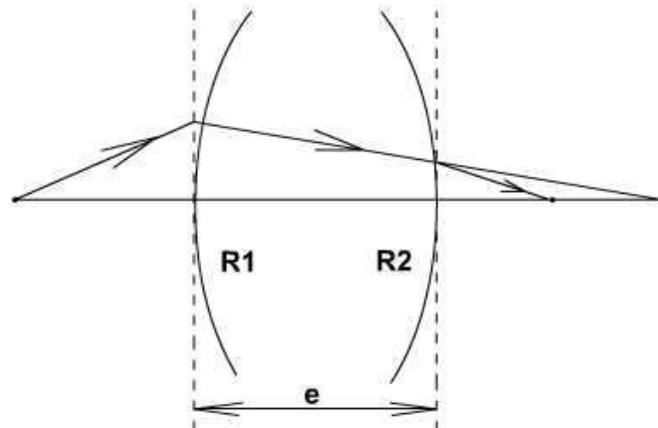


Figura 2.11 Traçado de Raio através de uma lente (formada por 2 dióptros esféricos)

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} = c_1 \Rightarrow \text{Potência do primeiro dióptro} \quad [2.14]$$

$$\frac{n_2}{o'} + \frac{n_1}{i'} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} = c_2 \Rightarrow \text{Potência do segundo dióptro} \quad [2.15]$$

fazendo: $o' = -i + e$ [2.16]

supondo que a lente é muito fina ($e=0$),

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} \quad [2.17]$$

$$\frac{n_2}{-i} + \frac{n_1}{i'} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} \quad [2.18]$$

somando-se as duas equações

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_1}{i'} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [2.19]$$

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i'} = \frac{1}{f} = \frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [2.20]$$

que é a conhecida equação da lente fina na aproximação paraxial
Como pode ser observado, quando

$$o \rightarrow \infty, i \rightarrow f$$

$$o = 0 \rightarrow i = 0$$

$$o = f \rightarrow i = \infty$$

Da mesma forma utilizando a convenção de sinais para os raios das superfícies temos (Figura 2.12):

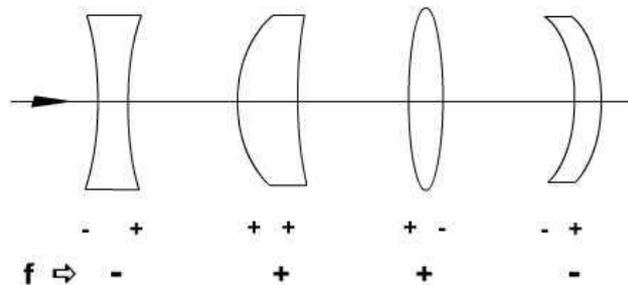


Figura 2.12 Convenção de sinais para lentes

2.3.4. Determinação Gráfica da Imagem

Ao invés de utilizar as Equações obtidas acima (lente fina ou espelho), podemos também encontrar a posição e o aumento da imagem, formada por um sistema óptico paraxial (espelho esférico, dioptra ou lente fina) fazendo o traçado gráfico da imagem. Como para se determinar um ponto bastam duas retas (raios), basta traçarmos através do sistema óptica a saída de dois raios quaisquer que divergem da ponta da cabeça de um objeto. Onde os raios refletidos ou refratados paraxialmente se encontrarem será a imagem.

Para fazer este traçado, entretanto, é conveniente utilizarmos certos raios particulares cuja trajetória é conhecida:

- 1) Um raio que passa pelo centro de curvatura da superfície (ou no caso da lente fina pelo centro da lente) não sofre desvio
- 2) Um raio que entra no sistema óptico paralelo ao eixo-óptico, sai convergindo para o foco-imagem
- 3) Um raio que passa pelo foco objeto do sistema óptico sai paralelo ao eixo óptico.

Um exemplo de traçado pode ser visto na Figura 2.13.

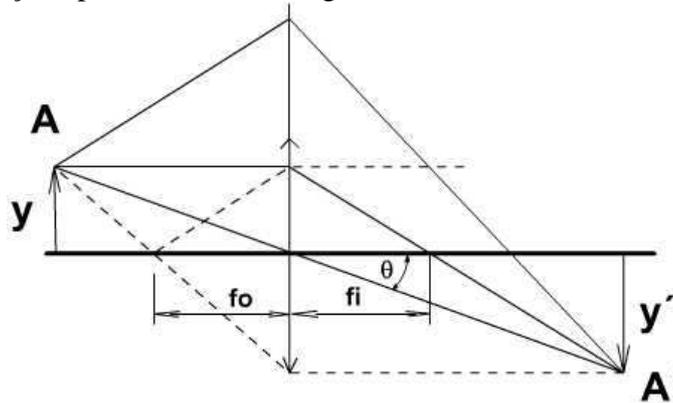


Figura 2.13 Exemplo de determinação gráfica da Imagem paraxial

Definimos também como aumento transversal da imagem \underline{m} :

$$m = \frac{y'}{y} = \frac{i}{o} \quad [2.21]$$

se $m > 0$ o objeto é direito, se $m < 0$ o objeto é invertido

Sobre a formação de imagens por superfícies esféricas é importante notar que:

- 1) A formação de imagem através de superfícies esféricas só existe dentro da aproximação paraxial.
- 2) Para o caso de lentes como o foco da lente depende do índice de refração do vidro da lente (n_2), e os índices de refração de todos os materiais variam com o comprimento de onda: $n = n(\lambda)$, o foco de toda lente varia com λ o que não ocorre para espelhos. Este efeito é chamado de aberração cromática como veremos adiante.

Note também que, podemos utilizar a mesma fórmula tanto para lente como para espelhos:

$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad [2.22]$$

com $f > 0$ para sistemas convergentes e $f < 0$ para sistemas divergentes, entretanto é interessante observar que a convenção de sinais dos Raios de curvatura das superfícies para espelhos e lentes é invertida (conforme mencionado anteriormente).

2.4. Sistemas espessos

Quando ao invés de uma lente fina, temos uma lente espessa, ou um conjunto de lentes, o que podemos fazer (dentro de uma aproximação paraxial) é utilizar o mesmo procedimento que fizemos para a lente fina, só que agora com a espessura da lente (distância entre os dois dióptros, ou duas lentes, diferente de zero).

Podemos também utilizar o traçado gráfico, traçando primeiramente a imagem feita pelo primeiro dióptro (ou lente fina) e depois utilizando esta imagem intermediária como objeto para o segundo dióptro (ou lente fina) e encontrar então a imagem final.

2.4.1 Lente Espessa

Utilizando-se a expressão paraxial para o primeiro dióptro (Figura 2.14) :

$$\frac{n_1}{o} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{R_1} = \frac{1}{f_1} = c_1 \quad [2.22]$$

para o segundo dióptro:

$$\frac{n_2}{o'} + \frac{n_1}{i'} = \frac{n_1 - n_2}{R_2} = \frac{1}{f_2} = c_2 \quad [2.23]$$

$$\text{com } o' = -i + e \quad [2.24]$$

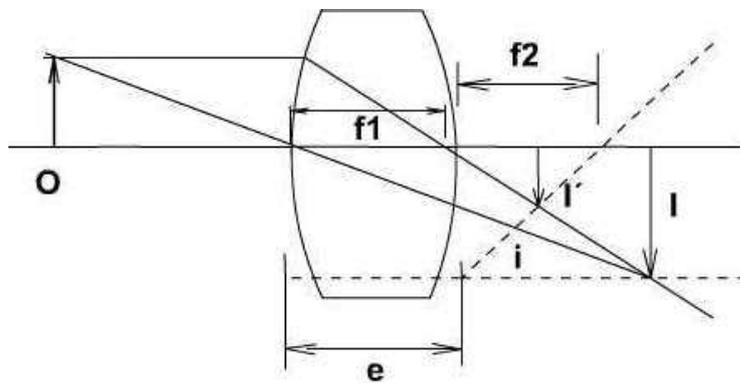


Figura 2.14 Formação de Imagem paraxial por uma lente espessa

substituindo-se a [3] em [2] e a expressão para a imagem intermediária obtido de [1] em [2], obtemos:

$$\frac{n_2(o - f_1 n_1)}{-o f_1 n_2 + e(o - f_1 n_1)} + \frac{n_1}{i'} = \frac{1}{f_2} \quad [2.25]$$

conhecendo-se o , n_2 , n_1 , f_1 e f_2 , é possível facilmente se determinar a posição da imagem i' . Quando $o = \infty \rightarrow i' = \text{foco da lente espessa } F$:

$$\frac{o\left(n_2 - \frac{f_1 n_1 n_2}{o}\right)}{o\left(-f_1 n_2 + e - \frac{ef_1 n_1}{o}\right)} + \frac{1}{i'} = \frac{1}{f_2} \quad [2.26]$$

$$\frac{1}{i'} = \frac{1}{F} = \frac{1}{f_2} - \frac{n_2}{e - f_1 n_2} \quad [2.27]$$

$i' = F =$ foco da lente espessa,
quando $e=0$

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad [2.28]$$

ou, em termos de potência ou dioptrias das superfícies

$$C = c_1 + c_2$$

onde C é a potencia ou dioptria da lente.

2.4.2. Sistemas de Lentes Finas

O mesmo traçado pode ser aplicado para um conjunto de lentes utilizando-se agora ao invés da equação do dióptro, a equação da lente fina para cada lente (Figura 2.15) , assim:

$$1/o + 1/i = 1/f_1 \quad [2.29]$$

$$1/o' + 1/i' = 1/f_2 \quad [2.30]$$

$$\text{com } o' = -(i - e) = -i + e \quad [2.31]$$

Conhecendo-se o , f_1 e f_2 e e pode se encontrar i' :

$$\frac{f_1 - o}{of_1 + e(f_1 - o)} + 1/i' = 1/f_2 \quad [2.32]$$

da mesma forma para $o \rightarrow \infty$

$$\frac{o\left(\frac{f_1}{o} - 1\right)}{o\left(f_1 + \frac{ef_1}{o} - e\right)} + 1/i' = 1/f_2 \quad [2.33]$$

$$\frac{1}{i'} = \frac{1}{F} = \frac{1}{f_1 - e} + \frac{1}{f_2}$$

da mesma forma, se $e \rightarrow 0$,

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad [2.34]$$

Na Figura 2.15. é ilustrado a solução gráfica do problema da imagem para o caso de duas lentes finas.

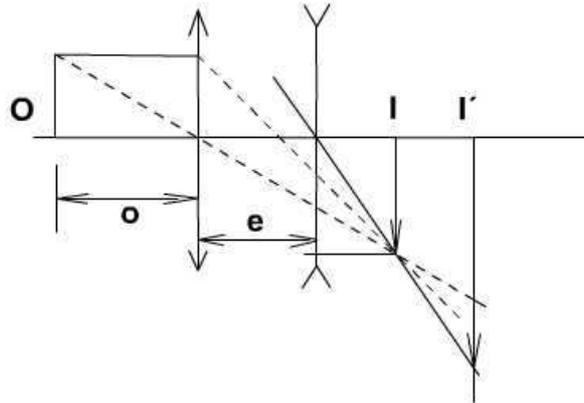


Figura 2.15 Formação de Imagem paraxial por um sistema de lentes finas

2.4.3. Sistemas Complexos

Para o caso de sistemas complexos (formado por muitas superfícies), os métodos de solução, empregados nas secções anteriores, não são muito práticos. Nestes casos é necessário se utilizar outros métodos. Entre eles podemos citar:

2.4.3.1. Traçado de Raio (Ray tracing)

Nos programas traçado de raio, uma vez definidas as superfícies pode-se traçar qualquer raio através delas, via programas de computador chamados de Ray tracing. Existem atualmente diversos programas comerciais de traçado de raio (em toda a faixa de preços) e eles são utilizados geralmente para se projetar sistemas ópticos. Estes programas podem utilizar traçado de raio real ou paraxial.

2.4.3.2. Formalismo Matricial

No método matricial cada superfície ou propagação de uma dada distância pode ser representada por uma matriz (2X2) e cada raio pode ser representado por um vetor coluna (Figura 2.16) :

$$u = \begin{pmatrix} y \\ n\hat{u} \end{pmatrix} \quad [2.35]$$

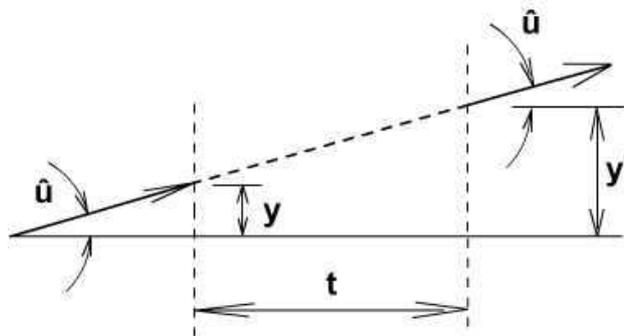


Figura 2.16 Esquema de Raios utilizados no formalismo matricial

onde Y = altura do raio em uma determinada coordenada z do eixo óptico (distância ao eixo, \hat{u} = sua tangente e n = índice do meio

Cada transformação que o raio sofre pode ser representada por uma matriz 2×2 . Assim, o raio na saída será o raio na entrada multiplicado pela matriz que representa a transformação.

$$\begin{pmatrix} y' \\ n\hat{u}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ n\hat{u} \end{pmatrix} \quad [2.36]$$

Por exemplo, uma translação do raio de uma distância t , num meio de índice de refração n pode ser representada pela matriz:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & t/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad [2.37]$$

Uma lente fina de distância focal f pode ser representada pela matriz:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad [2.38]$$

Desta forma podemos compor um sistema complexo, multiplicando seqüencialmente as matrizes elementares para cada transformação do raio. Como o resultado do produto de uma matriz 2×2 por outra, continua sendo uma matriz 2×2 , qualquer sistema paraxial complexo pode ser representado por uma única matriz 2×2 , chamada matriz ABCD que representa o sistema todo.

Por exemplo, um sistema formado por duas lentes finas separadas de uma distância t entre elas pode ser representado pela matriz:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & t/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_1 & 1 \end{pmatrix} \quad [2.39]$$

Onde o foco da primeira lente é f_1 e da segunda f_2 .

2.4.3.3. Pontos Cardeais

Uma terceira forma alternativa e elegante de se tratar sistemas ópticos espessos, ou compostos foi proposta por Gauss em 1841, pela definição dos pontos cardeais de um sistema óptico.

Neste formalismo o sistema óptico é tratado como uma caixa preta, representada pelos seus pontos e planos cardeais. Conhecendo-se estes pontos (que representam a resposta do sistema a determinados raios) pode se calcular a resposta do sistema a qualquer raio e conseqüentemente resolver o problema da formação de imagem (determinar sua posição e tamanho) (Figura 2.17).

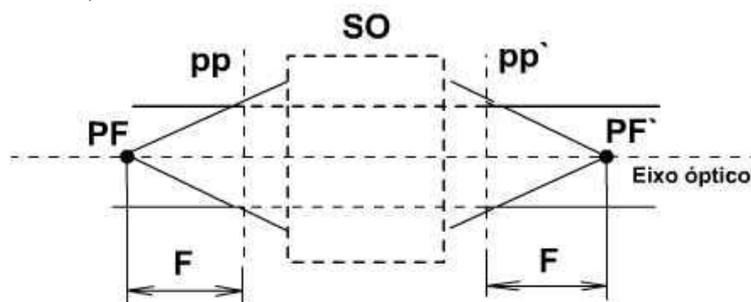


Figura 2.17 Esquema mostrando os pontos cardeais de um sistema óptico espesso

Os pontos cardeais de um sistema óptico são basicamente de três tipos:

a) Pontos e Planos focais

O ponto focal principal é a posição de um feixe divergente que após atravessar o sistema óptico sai paralelo. O ponto focal secundário é para onde converge um feixe de raios que entra no sistema óptico paralelo ao eixo óptico. Chamamos ainda de planos focais os planos perpendiculares ao eixo óptico que contém os pontos focais.

b) Pontos e Planos principais

O plano principal é o plano formado pelo prolongamento dos raios divergentes do ponto focal e dos seus respectivos raios que emergem do sistema óptico paralelos ao eixo, e vice-versa para o plano principal secundário. Os planos principais são também chamados de planos conjugados cujo aumento é 1, ou seja, um objeto em PP tem sua imagem PP' com aumento de 1. Os pontos principais são dados pela intersecção dos planos principais com o eixo óptico.

c) Pontos e planos nodais

Quando um feixe de raios paralelos incide em um sistema óptico, um destes raios sai exatamente paralelo ao feixe de entrada. O cruzamento deste raio de saída com o eixo óptico dá o ponto nodal secundário e vice-versa para o ponto nodal primário (Figura 2.18). Os planos nodais são os respectivos planos perpendiculares ao eixo óptico que contém os pontos nodais.

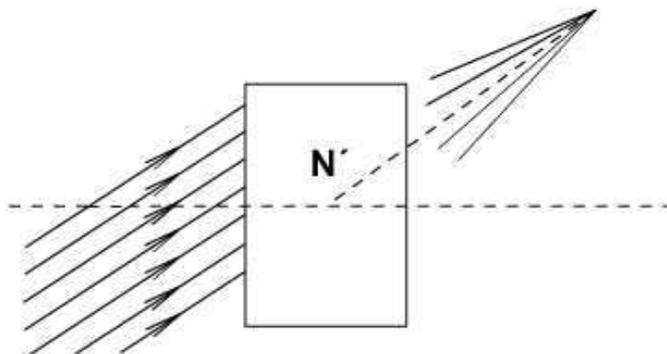


Figura 2.18 Esquema ilustrando os pontos nodais

Se em ambos os lados do sistema óptico tivermos ar ou mesmo meio, os pontos nodais coincidem com os pontos principais, caso contrário, $n_1\theta_1 \cong n_2\theta_2$.

Da mesma forma se os meios à esquerda e à direita do sistema óptico forem os mesmos, a distância entre PP e PF e PP' e PF' será a mesma e é chamada de foco do sistema óptico.

Um exemplo de como pode-se utilizar os pontos cardeais para calcular graficamente a formação de qualquer imagem é mostrado na Figura 2.19:

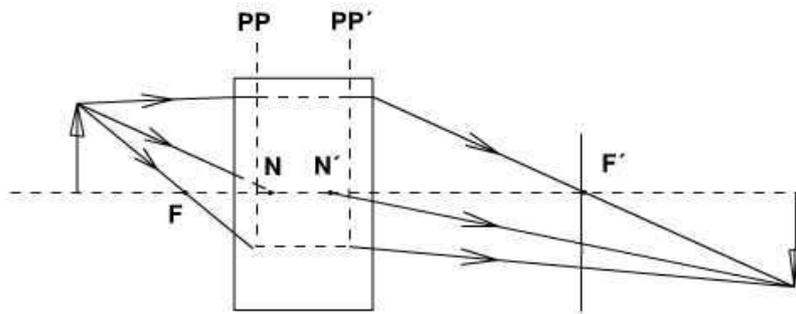


Figura 2.19 Exemplo de determinação gráfica da Imagem paraxial de um sistema espesso utilizando seus pontos cardeais

Para se encontrar os pontos cardeais de um sistema óptico é necessário conhecer a composição do sistema óptico. Na Figura 2.20. é mostrado um exemplo de como encontrar graficamente os pontos principais de um sistema óptico, formado por duas lentes finas, de distâncias focais conhecidas, e separadas por uma distância conhecida:

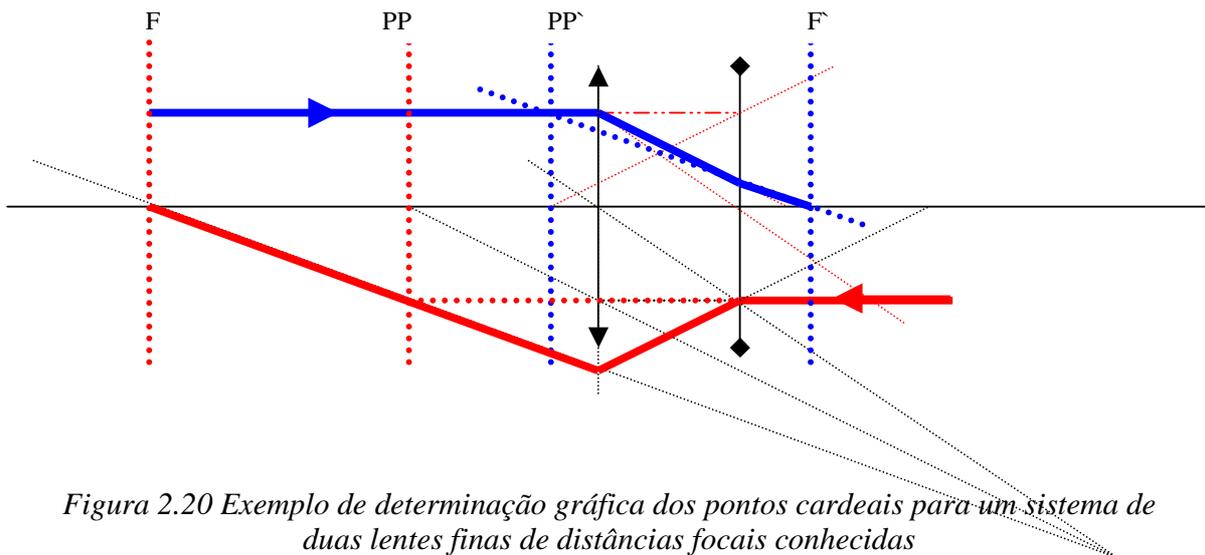


Figura 2.20 Exemplo de determinação gráfica dos pontos cardeais para um sistema de duas lentes finas de distâncias focais conhecidas

As posições dos planos principais refletem a simetria do sistema. Utilizando os pontos cardeais, todos os sistemas espessos podem ser tratados como lentes finas, e a formação de imagem pode ser resolvida graficamente, da mesma forma que para uma lente fina, bastando para isto conhecermos as posições dos pontos focais, e pontos principais.

2.5. Efeitos das Aberturas

Até agora tratamos na formação de imagem dos sistemas ópticos apenas sua relação com os parâmetros gaussianos do sistema, que definem a posição e o tamanho da imagem.

Entretanto do ponto de vista de aplicação ou utilização de uma imagem não basta que a imagem de um determinado objeto esteja numa posição determinada e com um determinado aumento. A luminosidade da imagem e o campo do objeto que está sendo

captado (imageado) pelo sistema óptico são também características muito importantes. Estas características são determinadas basicamente pelas dimensões laterais dos sistemas ópticos, que não têm influência da posição e tamanho da imagem.

Para este estudo vamos dividir o efeito das aberturas em dois tipos: Efeito de luminosidade e Efeito de campo.

2.5.1. Efeito de Luminosidade

A luminosidade da imagem é basicamente determinada pelo cone de luz (quantidade de luz contida no cone de luz) que efetivamente entra no sistema óptico.

Supondo que cada ponto de um objeto é uma fonte puntual de luz, quanto maior o cone de luz captado pelo sistema óptico, maior a luminosidade. Ao tamanho efetivo deste cone de luz de entrada no sistema óptico, ou ao disco que representa a base deste cone e sua posição no espaço, damos o nome de pupila de entrada. No caso de uma simples (única) lente a pupila de entrada é determinada pela própria abertura da lente (supondo um objeto no eixo óptico). A abertura relativa deste cone pode ser caracterizada pela tangente do ângulo que ele forma com o eixo óptico:

$$\operatorname{tg} \theta = D / (2o) \quad [2.40]$$

Conforme ilustrado na Figura 2.21

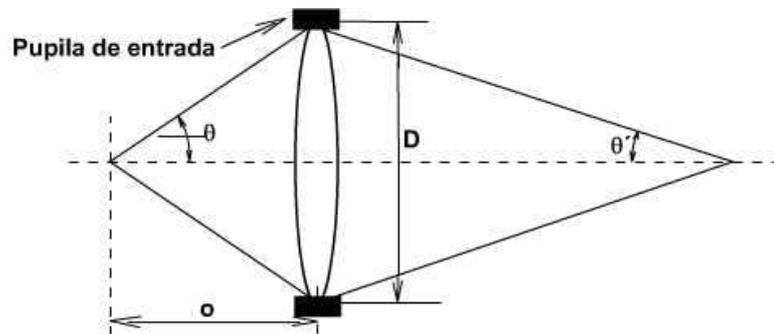


Figura 2.21 Esquema ilustrando a pupila de entrada e de saída para uma única lente

A pupila de saída é definida analogamente como a base do cone de luz que sai do sistema óptico definida por:

$$\operatorname{tg} \theta' = D / 2i \quad [2.41]$$

Note que, para uma lente fina, embora a base dos cones de entrada e saída seja a mesma, os cones (pupilas) de entrada e saída são diferentes, pois as posições da imagem e do objeto são diferentes. A pupila de saída é importante para realizar casamento de pupilas entre dois sistemas ópticos acoplados sem haver desperdício de luz.

Quando o sistema óptico é composto de diversas lentes e/ou diafragmas e aberturas, a determinação da pupila de entrada e saída não é tão simples. É necessário considerar o efeito de cada uma das aberturas presentes no sistema óptico e encontrar qual é a abertura física que limita realmente a luz (ou luminosidade da imagem). Quando se deseja controlar

esta quantidade de luz, é posicionado, apropriadamente no interior do sistema óptico, uma abertura variável ou diafragma. O tamanho do cone de entrada e saída define também a profundidade de foco (quanto maior o cone, maior a quantidade de luz, porém menor a profundidade de foco) e vice-versa.

Para se determinar que abertura limita a luz um procedimento usual é projetar todas as aberturas no espaço objeto. Depois disso, a partir do objeto no eixo levanta-se um raio, a partir do eixo com inclinação crescente inclinação, até que ele seja barrado em uma das aberturas. Este procedimento é equivalente a traçar os raios continuamente através do sistema até que eles sejam barrados. Um exemplo é mostrado na Figura 2.22.

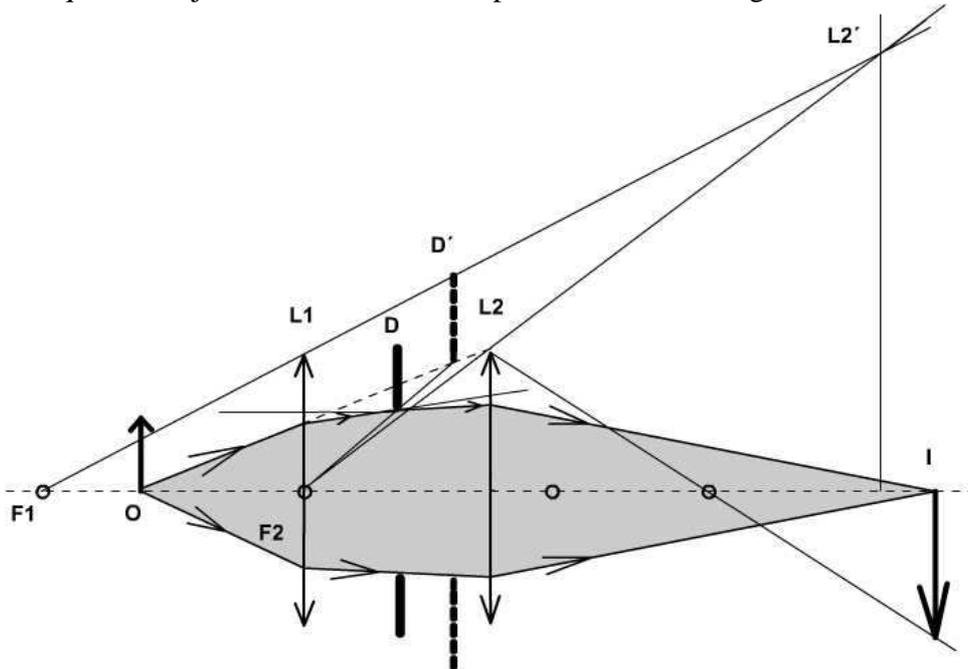


Figura 2.22 Esquema gráfico para determinação da pupila de entrada e de saída de um sistema óptico formado por duas lentes finas

A abertura que limita a menor inclinação de raio no espaço objeto é a pupila de entrada do sistema óptico. A abertura física ou elemento cuja imagem no espaço objeto é a pupila de entrada é o diafragma de abertura ou (Stop).

Para o caso do exemplo mostrado na Figura 2.22, a pupila de entrada é definida por:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{3D_2}{4o} \quad [2.42]$$

Todo raio que passa pela imagem de uma abertura, passa pelo objeto real dentro do sistema óptico.

A pupila de saída é a imagem da pupila de entrada, portanto é possível se projetar a pupila de entrada através de todo o sistema óptico ou simplesmente projetar o diafragma de abertura (Stop) no espaço imagem. Assim a pupila de saída será:

$$\operatorname{tg} \theta' = \frac{D''_2}{2d} \quad [2.43]$$

com D''_2 o diâmetro e D_2 no espaço imagem e d sua distancias até a imagem de O.

2.5.2. Efeito de Campo

Para se encontrar o campo do objeto que será captado pelo sistema óptico, o tratamento é similar, só que agora afastamos o objeto do eixo óptico. Precisamos traçar cones de luz (raios saindo do objeto) através do sistema óptico, afastando gradativamente o objeto do eixo até verificar em que abertura os raios começam a ser barrados. Isto pode ser feito por utilizando-se um programa Ray tracing. Entretanto existe uma forma alternativa, utilizando as projeções das aberturas no espaço objeto, já feitas para encontrar a pupila de entrada (Figura 2.23.).

Desta forma, a partir do centro da pupila de entrada traçam-se raios com ângulos crescentes a partir do eixo até que eles sejam barrados pela imagem de alguma abertura, a abertura que limitar primeiro o raio definirá o campo no plano do objeto com 50% de corte. Este procedimento é correspondente a emitir cones de luz no plano objeto com mesma abertura angular da pupila de entrada e ir afastando o objeto transversalmente do eixo. Quando o centro do cone é barrado por uma abertura isto significa que apenas 50% da luz (cone de luz) emitido pelo ponto do objeto contribuirá para a imagem. Nesta situação dizemos que temos 50% de corte na luminosidade da imagem em relação ao eixo óptico (50% de vignetting). O elemento físico no interior do sistema cuja imagem no espaço objeto limita o campo é chamado de diafragma de campo ou Stop de campo.

Analogamente, o raio que liga a extremidade inferior da pupila de entrada à abertura de campo, prolongado até o plano do objeto dá a região do plano do objeto onde a luminosidade é a mesma do centro (0 % de vignetting). O raio, que une a extremidade superior da pupila com a abertura de campo, define a região de corte total da imagem (100 % de vignetting). Para evitar situações onde a luminosidade cai gradualmente a medida que nos afastamos do eixo óptico (centro do objeto observado), são introduzidos nos sistemas comerciais diafragmas de campo de forma que as posições de 0 a 100% de corte coincidam., evitando assim que a imagem apareça com os contornos nebulosos. Muitas vezes as abertura também são introduzidas para limitar as aberrações.

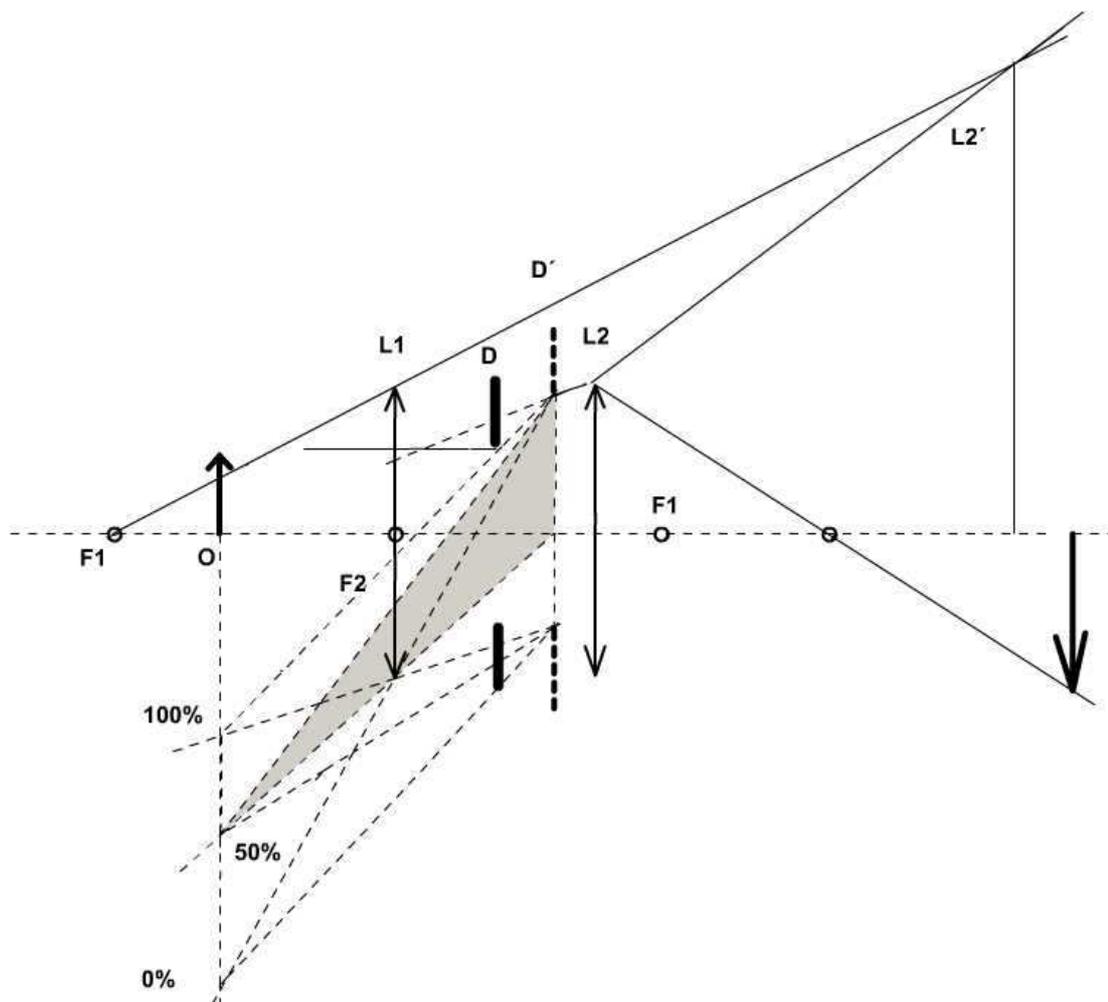


Figura 2.23 Esquema de determinação do campo para o sistema mostrado na Figura 2.22

2.6. Aberrações

As aberrações na realidade não são defeitos de um sistema óptico, mas sim a não convergência dos raios para um único ponto imagem. Conforme vimos na secção 2.3. as superfícies esféricas só formam imagem na aproximação paraxial. Quando saímos da condição de validade desta aproximação dizemos que nosso sistema tem aberração esférica.

Podemos definir como aberração de um sistema óptico, todos os efeitos que atrapalham a formação de imagem (convergência perfeita dos raios). Assim, vamos dividir as aberrações em dois tipos: cromáticas e geométricas.

2.6.1. Aberrações Cromáticas

As aberrações cromáticas acontecem porque o índice de refração dos materiais que formam as lentes (sejam vidros, acrílicos ou água) varia com o comprimento de onda. Este fenômeno é chamado de dispersão. Geralmente, para a maioria dos materiais, fora da região de absorção, o índice de refração diminui com o comprimento de onda seguindo uma relação conhecida como Relação de Cauchy:

$$n = n_0 + \frac{A}{\lambda^2} + \frac{B}{\lambda^4} + \dots \quad [2.44]$$

A Figura 2.24. ilustra esta dependência.

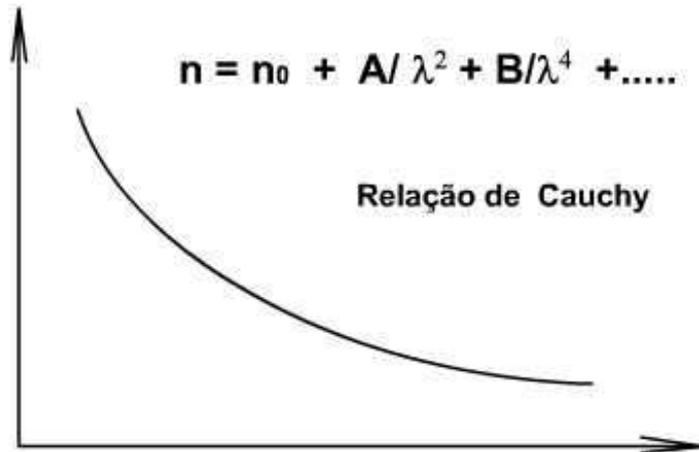


Figura 2.24 Dependência do índice de refração com o comprimento de onda

Por este motivo o foco de uma lente Equação [2.20]: $\frac{1}{f} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R} \right)$ também é função do comprimento de onda: $f(\lambda)$ o que causa uma convergência diferente para cada cor (λ). Normalmente a dispersão dos materiais é medida através dos índices em determinados comprimentos de onda de fontes espectrais:

Linha C= $\lambda = 6563\text{Å}$ → vermelho Hidrogênio (H)

Linha D= $\lambda = 5893\text{Å}$ → amarelo do sódio (Na)

Linha F= $\lambda = 4861\text{Å}$ → azul do Hidrogênio (H)

Linha G= $\lambda = 4341\text{Å}$ → violeta do Hidrogênio (H)

Linha d= $\lambda = 5875\text{Å}$ → amarelo do Hélio (He)

A Tabela abaixo mostra o valor destes índices para alguns vidros:

Vidro	NC	ND	NF	NG'
Crown	1.4977	1.5000	1.5053	1.5094
Crown óculos	1.5204	1.5230	1.5293	1.5344
Light flint	1.5721	1.5760	1.5861	1.5944
Flint denso	1.6436	1.6490	1.6627	1.6746

Defini-se a como dispersão de um vidro:

$$v = \frac{n_F - n_c}{n_d - 1} \quad \text{ou seu inverso} \quad v_d \cong \frac{1}{v} = \frac{n_d - 1}{n_F - n_c} \quad [2.45]$$

Geralmente materiais com alto índice de refração possuem alta dispersão de ν (baixo ν_d) como é o caso dos vidros dopados com chumbo (flint).

A potência de uma lente fina é dada por $c=1/f$:

$$\frac{(n_2 - n_1)}{n_1} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = (n - 1)g(R) \quad [2.46]$$

Portanto sua variação com o comprimento de onda

$$\frac{\Delta c}{\Delta \lambda} = \frac{dc}{d\lambda} = \frac{dn}{d\lambda} \cdot g(R) \quad [2.47]$$

$$\Delta c = g(R) \cdot dn \Rightarrow \frac{\Delta c}{c} = \frac{\Delta n}{n - 1} \cong \nu. \quad [2.48]$$

Assim para uma só lente $\Delta c \neq 0$, sempre, a não ser que $\Delta n=0$ (dispersão seja nula). Quanto maior c , maior Δc . ($\Delta c=cv$). E quanto maior a dispersão ν , maior o Δc .

Entretanto, se utilizarmos as duas lentes:

$$c = c_1 + c_2 - c_1 c_2 \cdot e \quad [2.49]$$

Assim,

$$\Delta c = \Delta c_1 + \Delta c_2 - e \Delta c_1 c_2 - e c_1 \Delta c_2 \quad [2.50]$$

2.6.1.1. O Doublet Acromático

Se tivermos duas lentes de material diferentes sem espaçamento entre elas:

$$\Delta c = \Delta c_1 + \Delta c_2 \quad [2.51]$$

Para uma lente fina:

$$\begin{aligned} \Delta c_1 &= \nu_1 \cdot c_1 \\ \Delta c_2 &= \nu_2 \cdot c_2 \end{aligned} \quad \Delta c = \nu_1 \cdot c_1 + \nu_2 \cdot c_2 \quad [2.52]$$

$$\Delta c = 0 \text{ se } c_1 \text{ sinal oposto à } c_2 \text{ e se } \nu_1 \cdot c_1 = -\nu_2 \cdot c_2 \left(\begin{array}{l} c_1 \rightarrow + \\ c_2 \rightarrow - \end{array} \right) \text{ (convergente divergente)}$$

$$c_1 \nu_1 + c_2 \nu_2 = 0 \quad [2.53]$$

$$C = c_1 + c_2 \quad [2.54]$$

Portanto para uma dada potencia total desejada \underline{c} , temos:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{c}{1 - \frac{\nu_1}{\nu_2}} \\ c_2 &= \frac{-c \frac{\nu_1}{\nu_2}}{1 - \frac{\nu_1}{\nu_2}} \end{aligned} \quad [2.55]$$

Normalmente utiliza-se uma lente com maior potência em vidro de baix(a) dispersão (Crown) e uma lente divergente de pouca potência num vidro de alta dispersão (Flint) (Figura 2.25a).

Esta é a forma utilizada para minimizar a aberração esférica em objetivas de telescópicos.

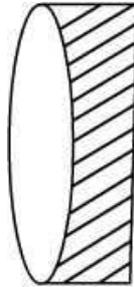


Figura 2.25a Exemplo de duplete acromático (cimentado)

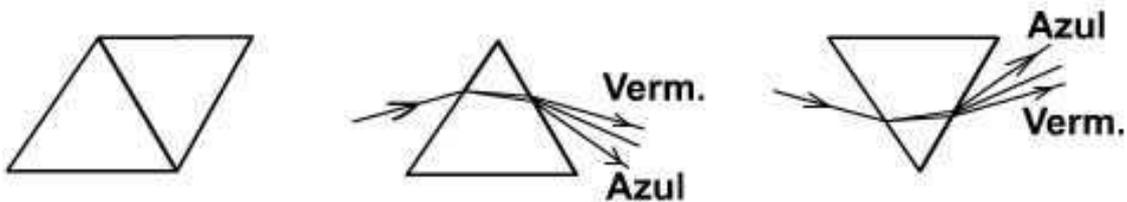


Figura 2.25b Efeito de compensação da aberração cromática utilizando-se uma lente convergente e uma divergente (como se fossem prismas invertidos)

Como ilustrado na figura 2.25.b), há uma espécie de compensação entre os dois tipos de lente.

2.6.1.2. O Doublet com Espaçamento de ar

Por outro lado se tivermos duas lentes de mesmo material $\nu_1 = \nu_2$ com um espaçamento de ar entre elas, é possível anularmos a aberração cromática:

$$\Delta C = \nu c_1 + \nu c_2 - 2\nu c_1 c_2 \cdot e = 0 \quad [2.56]$$

se
$$e = \frac{c_1 + c_2}{2c_1 c_2} \rightarrow e = 1/2(f_1 + f_2) \quad [2.57]$$

Esta é a forma utilizada para corrigir a aberração cromática em oculares (de microscópios e de telescópios) e é chamada de ocular de Ramsden.

2.6.2. Aberrações Geométricas

Tirando-se a aberração cromática, todos os outros tipos de aberrações são chamadas de aberrações geométricas. Existem várias formas de se tratar matematicamente o problema das aberrações, estas formas vão desde o traçado real de raios até o uso de teoria de perturbações.

A forma de corrigi-las, entretanto, é sempre a mesma: aumentando o número de graus de liberdade através do uso de diversas lentes ao invés de uma só (da mesma forma

como foi feito no caso das aberrações cromáticas). Assim, balanceando-se as curvaturas das superfícies de cada lente e utilizando-se diferentes tipos de vidros ópticos podemos eliminar ou reduzir significativamente as aberrações geométricas. Entretanto, as aberrações geométricas são muito mais difíceis de se corrigir que as aberrações cromáticas, utilizando-se para isto sistemas com até dezenas de lentes.

2.6.21. Aberração esférica

A aberração esférica nunca pode ser zerada a não ser para determinadas situações particulares (objeto no infinito ou vice-versa) com o uso de superfícies não esféricas, cujo perfil é especialmente projetado para isto: asféricos. A Figura 2.26. ilustra o que é a aberração esférica longitudinal.

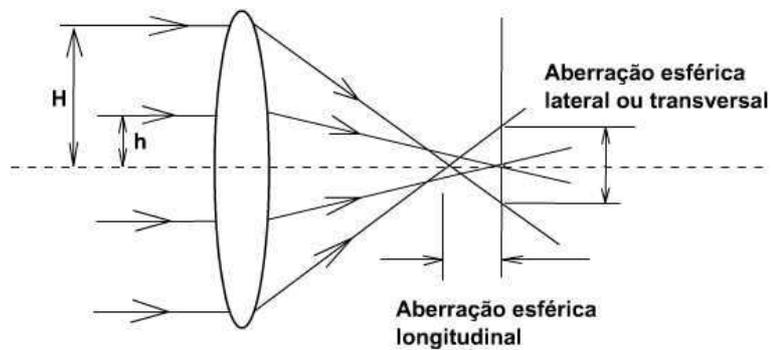


Figura 2.26 Exemplo de Aberração esférica

Em geral o foco longitudinal varia com a distância ao quadrado (h^2) do raio ao eixo óptico (Figura 2.27):

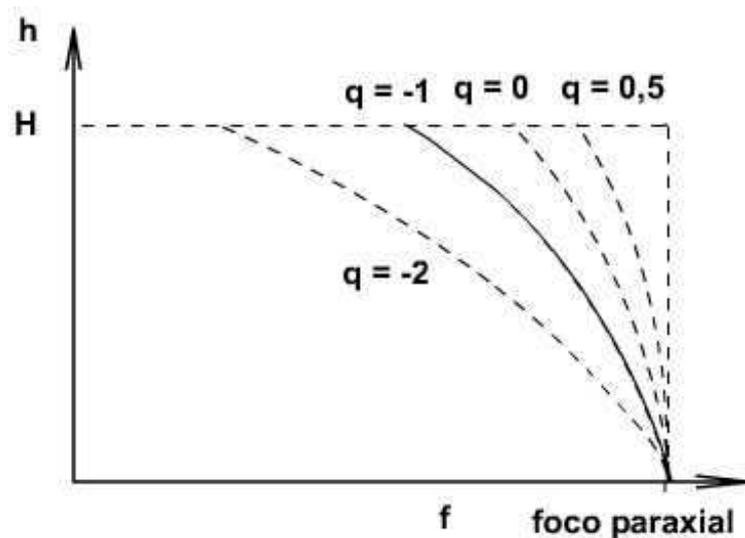


Figura 2.27 Dependência do foco com a altura do raio paralelo ao eixo óptico

Ela, entretanto, é sensível ao fator de forma ou equipartição das potências entre as superfícies de uma mesma lente. Esta distribuição de curvaturas entre as duas superfícies de uma mesma lente é chamada de “bending”.

Podemos definir o fator de forma q de uma lente como:

$$q = \frac{R_1 + R_2}{R_2 - R_1} \quad [2.58]$$

A Figura 2.28. mostra o fator de forma para vários tipos de lentes, e a Figura 2.29. mostra o gráfico da aberração cromática longitudinal em função do fator de forma.

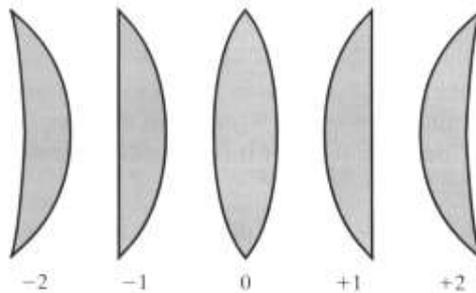


Figura 2.28 Fator de forma de lentes

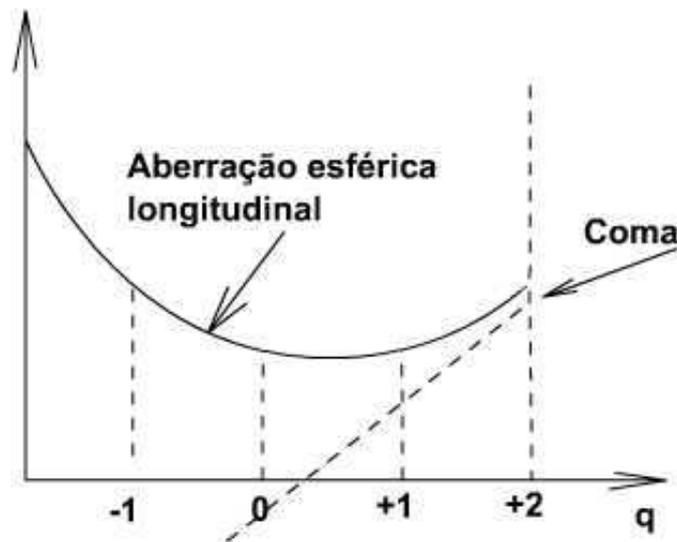


Figura 2.29 Aberração esférica longitudinal e coma em função do fator de forma da lente

Note que a aberração esférica tem um mínimo para $q \approx 0.43$, e que a maior aberração esférica ocorre para uma lente tipo menisco. Observando-se também a assimetria da curva da Figura 2.27, podemos concluir que, do ponto de vista das aberrações esféricas as lentes não são simétricas, embora o sejam quanto à formação de imagem. Assim, supondo a situação mostrada na Figura 2.30, podemos concluir que do ponto de vista de aberração a segunda posição de uso da lente é mais apropriada.

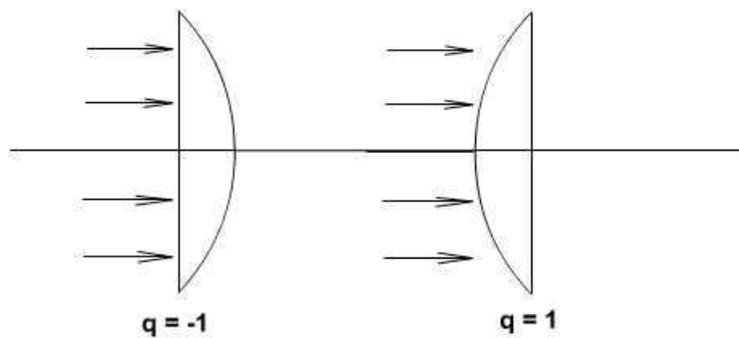


Figura 2.30 Exemplo de que o fator de forma depende da forma de utilização de uma mesma lente.

Isto pode ser interpretado como que se no segundo caso a refração do raio fosse “melhor” dividida entre as duas superfícies, resultando numa aberração menor, pois ela é não é linear com a refração.

2.6.2.2. Coma

O coma está ilustrado na Figura 2.31. e pode ser interpretado como a aberração esférica para raios que não são paralelos ao eixo.

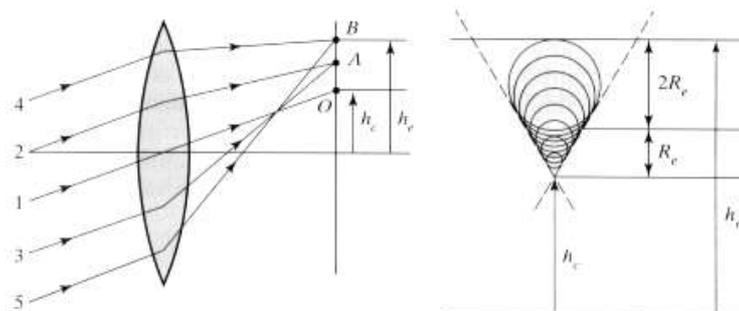


Figura 2.31 Exemplo de coma

O coma pode ser zerado também com o fator de forma e seu mínimo é próximo do mínimo da aberração esférica, desta forma ao reduzirmos a aberração esférica reduzimos também o coma.

2.6.2.3. Curvatura de Campo

Mesmo que a aberração esférica e o coma possam ser reduzidos, quando o objeto está fora do eixo óptico, mesmo sendo um objeto plano, se ele for extenso, sua imagem não cairá exatamente num plano. A curvatura de campo reflete o fato de que o plano focal não é um plano, mas sim um parabolóide de revolução. Isto faz com que ao tentarmos focalizar

uma imagem extensa, por exemplo, num filme fotográfico ou em uma tela de cinema plana, ela apareça desfocalizada nas bordas. Este efeito é chamado de curvatura de campo e este parabolóide é chamado de superfície de Petzval.

A lente tipo menisco, embora tenha a maior aberração esférica, possui a menor curvatura de campo, por isto é utilizada geralmente em máquinas fotográficas baratas simples (com uma única lente na objetiva).

No cinema costuma-se fazer a tela na forma de um parabolóide, na direção maior e compensa-se apenas a aberração na vertical por ter a menor dimensão da imagem.

2.6.2.4. Astigmatismo

O astigmatismo é um defeito na focalização quando o objeto está fora do eixo óptico. É uma espécie de assimetria causada pelo deslocamento do objeto em relação ao eixo óptico. Dada uma determinada posição do objeto, podemos definir um plano tangencial que corta o sistema óptico e contém o objeto e um plano sagital que corta o sistema óptico perpendicular a este plano. Isto faz com que a imagem de um ponto apareça primeiramente alargada horizontalmente (porque a focalização dos raios no plano tangencial ocorre antes) e depois verticalizada (porque a focalização dos raios sagitais ocorre depois). Este efeito está ilustrado na Figura 2.32.

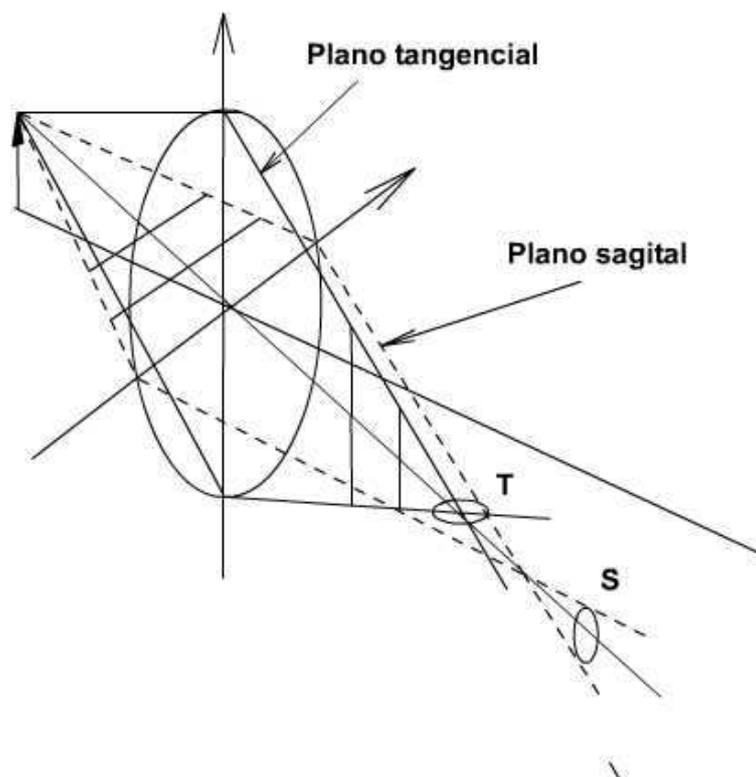


Figura 2.32 Exemplo de Astigmatismo

Na realidade isto reflete o fato de que existem dois parabolóides (superfície de Petzval) para o foco: um para raios tangenciais e outro para raios sagitais.

O astigmatismo pode ser causado também por lentes cilíndricas e sua imagem de um ponto será representada no gráfico por uma elipse.

O astigmatismo é imune ao fator de forma. A única forma de reduzi-lo é introduzindo-se aberturas em posições adequadas e alterando-se o espaçamento entre as componentes do sistema óptico, ou ainda, diminuindo a curvatura de campo.

2.6.2.5. Distorção

Mesmo que as quatro aberrações anteriores desapareçam existe um quinto tipo de aberração em imagens extensas, provocadas pelo fato do aumento depender da distancia do ponto objeto ao eixo óptico (h).

Quando o aumento cresce com a distancia, a distorção recebe o nome de pincussão e quando ele diminui de distorção de barril. Um exemplo destas distorções está mostrado na Figura 2. 33.

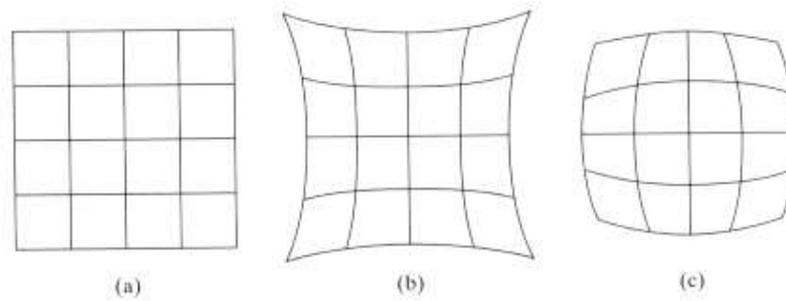


Figura 2.33 Exemplo de Distorção de Campo

A distribuição apropriada das aberturas é o melhor meio de controle de distorção, principalmente quando são colocadas de forma assimétricas.